चक्रवृद्धि ब्याज

Note:- ब्याज पर ब्याज का जुड़ना चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।

- इसको हम एक उदाहरण से समझते है।
- माना कि राम के पास 1000 रू. है और उसे पहले वर्ष का ब्याज 100 रू. मिल रहा है तो
- पहले वर्ष का ब्याज 1000 पर = 100 रू.
- दूसरे वर्ष का ब्याज = 1000 पर + 100 पर
  100 रू. + 10 रू. = 110 रू.
- तीसरे वर्ष का ब्याज = 1000 पर + 100 पर + 110 पर
  = 100 रू.+ 10 रू. + 11 रू. = 121 रू.
- उपरोक्त उदाहरण में पहले वर्ष ब्याज 100 रू. है। दूसरे वर्ष का ब्याज 110 रू. है यहां 10 रू. की वृद्धि 100 रू. ब्याज के कारण हुई है। इसी प्रकार तीसरे वर्ष ब्याज 121 रू. है जो कि 21 रू. की वृद्धि 100 रू. तथा 110 रू. के कारण हुई है।
- इस Topic में जब भी दर दे रखी होगी वहां पर Box Method काम में लेगे।
- 2 वर्ष के लिए Box Method
  I[st] year ☐ ⟶ पहला Box पहले वर्ष के ब्याज को बताता है।
  II[nd] year ☐ + ☐ ⟶ दूसरा Box दूसरे वर्ष के ब्याज को बताता है।
- 3 वर्ष के लिए Box Method
  I[st] year ☐ ⟶ पहला Box पहले वर्ष के ब्याज को बताता है।
  II[nd] year ☐ ☐ ⟶ दूसरा Box दूसरे वर्ष के ब्याज को बताता है।
  ↓ × 2
  III[rd] year ☐ ☐ ☐ तीसरा Box तीसरे वर्ष के ब्याज को बताता है।

Type-I (चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करना)

1. 5,000 रू. का 10% दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ?

Sol. 5000 का 10%

I[st] year - 500 500 का 10%

II[nd] year - 500 50

2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 1050 रू.

2. 12,000 रू. का 15% दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ?

Sol. 12,000 का 15%

पहले वर्ष का C.I.- 1800 1800 का 15%

दूसरे वर्ष का C.I. - 1800 270

× 2 270 का 15%

तीसरे वर्ष का C.I. - 1800 540 40.5

3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 6250.5 रू.

3. 1,200 रू. का 5% दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ?

Sol. 1,200 का 5%

पहले वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज - 60 60 का 5%

दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज - 60/2 3/2

$1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 60+30+1.5 = 91.5 रू.

- प्रश्न में $1\frac{1}{2}$ वर्ष का ब्याज पूछा है तो पहले वर्ष का तो पूरा ब्याज जुड़ेगा तथा दूसरे वर्ष के ब्याज को आधा कर देगें।

UTKARSH CLASSES

4. 20,000 रू. का 10% दर से $2\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ?

Sol. 20,000 का 10%

पहले वर्ष का C.I.-2,000 2,000 का 10%

दूसरे वर्ष का C.I. -2000 200 × 2 200 का 10%

तीसरे वर्ष का C.I. = 2000/2 400/2 20/2

- $2\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

= 2000 +2000+1000+ 200+200+10=5,410 रू.

जब ब्याज की दर मिश्र भिन्न मे आ जाये तो % को भिन्न में बदलना।

- 50% = $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (जब भी % हटेगा तो बट्टा में 100 आयेगा)।
- $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- $66\frac{2}{3}\% = \frac{200}{3}\% = \frac{200}{3 \times 100} = \frac{2}{3}$
- याद रखें
- $66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$ $16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$
- $12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$ $9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$
- $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$ $14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$
- $11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$

5. 1080 रू. का $16\frac{2}{3}\%$ दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ?

Sol. $1080 \times \frac{1}{6}$ $\left(16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}\right)$

180 $180 \times \frac{1}{6}$

180 30

2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 390 रू.

6. 2,560 रू. का $12\frac{1}{2}\%$ दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज बताओ?

Sol. $2560 \times \frac{1}{8}$ $12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$

320 $320 \times \frac{1}{8}$

320 40 × 2 $40 \times \frac{1}{8}$

320 80 5

3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 1085 रू

Type-II (चक्रवृद्धि ब्याज से मूलधन ज्ञात करना)

Note:- चक्रवृद्धि ब्याज में मूलधन हमेशा 100% या 1 माना जाता है। यदि दर मिश्र-भिन्न में आ जाए तो मूलधन को 100% या 1 नहीं माना जायेगा।

1. वह धनराशि बताओ जिसका 10% दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 105 रू. है।

Sol. माना मूलधन = 100

2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

10 10 का 10%

10 1

2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 21%

प्रश्नानुसार 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 105 रू. है तो

21% = 105 रू.

1% = 5 रू.

मूलधन (100%)= 5 × 100= 500 रू.

2. वह धनराशि बताओ जिसका $16\frac{2}{3}\%$ दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 39 रू. है।

Sol. यहाँ पर मूलधन 100% नहीं सकते है क्योंकि उसे गणना बहुत जटिल हो जायेगी।

UTKARSH CLASSES

हमें पता है कि $16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$ हो तो मूलधन हमेशा $(6)^2$ का गुणज मानने पर बहुत आसान प्रश्न बन जायेगा तो यहां पर मूलधन = 36, 72, 108............ ऐसा कुछ मानेगे।

माना मूलधन = 36

तो 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

36 का $\frac{1}{6}$

6   6 का $\frac{1}{6}$

6   1

2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज= 13

प्रश्नानुसार 13 $\rightarrow$ 39

1 $\rightarrow$ 3

मूलधन (36) $\rightarrow$ 36 × 3 =108 रू.

3. वह धनराशि बताओ जिसका $12\frac{1}{2}\%$ दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 434 रू. है।

Sol. $12\frac{1}{2}\%$ की भिन्न $\frac{1}{8}$ होती है तथा समय 3 वर्ष है

तो मूलधन $(8)^3$ का गुणज माना जायेगा?

माना मूलधन = 512

$512 \times \frac{1}{8}$

64    $64 \times \frac{1}{8}$

64   8

× 2 $8 \times \frac{1}{8}$

64   16   1

3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 217

217 $\rightarrow$ 434

1 $\rightarrow$ 2

मूलधन (512) $\rightarrow$ 512 × 2 = 1024 रू.

4. वह धनराशि बताओ जिसका 10% दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 6,620 रू. है।

Sol. यहाँ पर मूलधन 100%

10   10 का 10%

10   1

× 2   1 का 10%

10   2   .1

3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज =33.1%

33.1%= 6,620

$$1\% = \frac{6620}{33.1} = \frac{66200}{331} = 200$$

मूलधन (100%)= 200 × 100= 20,000 रू.

Type-III (मिश्रधन से मूलधन ज्ञात करना)

Note :- प्रतिशत में मूलधन हमेशा 100% माना जाता है

- चूँकि **मिश्रधन = मूलधन + ब्याज** होता है।
- तो यही प्रतिशत में मिश्रधन ज्ञात करना है तो **मिश्रधन = 100 + चक्रवृद्धि ब्याज (चक्रवृद्धि ब्याज, Box Method से ज्ञात करेगे)**

1. वह धनराशि बताओ जो 10% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष में 4,840 रू. हो जायेगी?

Sol. मूलधन = 100

चक्रवृद्धि ब्याज

10   10 का 10%

10   1= 21

मिश्रधन= मूलधन + ब्याज= 100+21= 121%

121%= 4,840 रू.

1%= 40 रू.

मूलधन (100%)= 40 ×100= 4000 रू.

2. वह धनराशि बताओ जो 4% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष में 1,352 रू. हो जायेगी?

Sol. मूलधन = 100

चक्रवृद्धि ब्याज   4

4 का 4%

4   .16

2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = 8.16%

मिश्रधन= 100+ 8.16= 108.16%

108.16% = 1352

$$1\% = \frac{1352}{108.16}$$

(मूलधन) $100\% = \frac{1352}{108.16} \times 100 = 1250$ रू.

3. वह धनराशि बताओ जो 10% दर से 3 वर्ष में 26,620 रू. हो जायेगी?

Sol. मूलधन = 100

चक्रवृद्धि ब्याज

10   10 का 10%

10   1

× 2   1 का 10%

10   2   .1

3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज= 33.1%

मिश्रधन = 100+33.1=133.1%

133.1%= 26,620 रू.

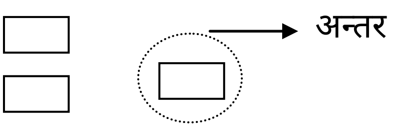
$$1\% = \frac{26620}{133.1} = 200$$

मूलधन (100%)= 200 × 100 = 20,000 रू.

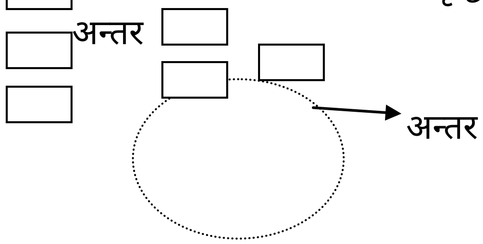
Type-IV (साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर ज्ञात करना)

Note :- जब भी साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर ज्ञात करना हो तो पहले Box हटा दीजिये शेष जो भी बचेगा। साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर मिलेगा।

Ex : 2 वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर



3 वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर



हम 2 वर्ष, $1\frac{1}{2}$ वर्ष तथा 3 वर्ष का अन्तर सूत्र से ज्ञात कर सकते है।

$$2 \text{ वर्ष का अन्तर} = \frac{P \times R \times R}{100 \times 100}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ वर्ष का अन्तर} = \frac{P \times R \times \frac{R}{2}}{100 \times 100}$$

$$3 \text{ वर्ष का अन्तर} = \frac{P \times R \times R \times (300 + R)}{100 \times 100 \times 100}$$

1. 2,000 रू. का 20% दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर बताओ?

Sol. 2,000 का 20%

400

400 का 20%

400   80

अन्तर = 80 रू.

2. 5,000 रू. का 12% दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर बताओ?

Sol. 5,000 रू. का 12%

600

600 का 12%

600   72

× 2   72 × 12%

600   144   8.64

अन्तर = 72 +144+8.64 = 224.64 रू.

3. 6,000 रू. का 5% दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर बताओ?

Sol. 6,000 का 5%

I[st] year   300   300 का 5%

II[nd] year   300   7.5

अन्तर = 7.5 रू.

4. 15,000 रू. का 20% दर से $2\frac{1}{2}$ वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर बताओ?

Sol. 15,000 का 20%

3,000 ...0%

3000   600 × 2   600 का 20%

3000   1200/2   120/2

अन्तर = 600 +600+60= 1260 रू.

Type-V (दर और समय ज्ञात करना)

मिश्रधन= $P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^T$

$$\frac{A}{P} = \left(1+\frac{R}{100}\right)^T$$

- इस सूत्र के माध्यम से दर या समय का मान निकाला जा सकता है।

Note:- प्रश्न में 2 मिश्रधन दे रखे हो तो-

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(1+\frac{R}{100}\right)^T$$

जहां पर $A_2 > A_1$ होगा।

1. 4,000 रू. कितने समय में 10% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 4,840 रूपये हो जायेगे।

Sol. $\left(1+\frac{R}{100}\right)^T = \frac{A}{P}$

$$\left(1+\frac{10}{100}\right)^T = \frac{4,840}{4,000}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^T = \frac{121}{100}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^T = \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

समय = 2 वर्ष

2. 8,000 रू. कितने % दर से 3 वर्ष में 9,261 रूपये हो जायेगे।

Sol. $\left(1+\frac{R}{100}\right)^T = \frac{A}{P}$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^3 = \frac{9,261}{8,000}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$1+\frac{R}{100} = \frac{21}{20}$$

$$\frac{R}{100} = \frac{21}{20} - 1$$

$$\frac{R}{100} = \frac{1}{20}$$

$$R = \frac{1}{20} \times 100 = 5\%$$

3. कोई धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष 1,200 रूपये तथा 5 वर्ष में 1,587 रूपये हो जाती है तो दर बताओ।

Sol. $\left(1+\frac{R}{100}\right)^T = \frac{A_2}{A_1}$ ($A_2 > A_1$)

(समय=5-3=2)

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = \frac{1,587}{1,200}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = \frac{529}{400}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = \left(\frac{23}{20}\right)^2$$

$$1+\frac{R}{100} = \frac{23}{20}$$

$$\frac{R}{100} = \frac{23}{20} - 1$$

$$\frac{R}{100} = \frac{3}{20}$$

$$R = \frac{3}{20} \times 100 = 15\%$$

4. कोई धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष में 8 गुणा हो जाती है तो दर बताओ?

Sol. $\left(1+\frac{R}{100}\right)^T = \frac{A}{P}$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^3=\frac{8}{1}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^3=2^3$$

$$1+\frac{R}{100}=2$$

$$\frac{R}{100}=1$$

$$R=100\%$$

5. कोई धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष $\frac{9}{4}$ हो जाती है तो दर बताओ?

Sol. $\left(1+\frac{R}{100}\right)^T=\frac{A}{P}$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2=\frac{9}{4}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$1+\frac{R}{100}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{R}{100}=\frac{3}{2}-1$$

$$\frac{R}{100}=\frac{1}{2}$$

$$R=\frac{1}{2}\times100=50\%$$

(Type - VI)

1. कोई धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 5 वर्ष में 2 गुणा हो जाती है तो 8 गुणा होने में कितना समय लगेगा?

Sol. समय — गुणा

5 वर्ष — 2 गुणा

↓ 5 × 3 — ↓ 2^3

? वर्ष — 8 गुणा

2 की घात क्या करे कि 8 आ जाये।

जो घात मिलेगी वह समय के साथ गुणा हो जायेगी।

15 वर्ष

2. कोई धनराशि 18 वर्ष में 9 गुणा हो जाती है तो 27 गुणा होने में कितना समय लगेगा?

Sol. समय — गुणा

18 वर्ष — 9 गुणा

↓ 18 × x — ↓ 9^x

? वर्ष — 27 गुणा

$9^x = 27$

$3^{2x} = 3^3$

$2x = 3$

$$x=\frac{3}{2}$$

नियम = 18 × x = 18 × $\frac{3}{2}$ = 27 वर्ष Ans.

(Type - VII) चक्रवृद्धि ब्याज में किस्त

किस्त निकालने का सूत्र

- मूलधन = किस्त × $\left[\left(\frac{100}{100+R}\right)+\left(\frac{100}{100+R}\right)^2+\left(\frac{100}{100+R}\right)^3 ....\right]$

1. 11,000 ऋण को 20% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 समान किस्तो में भुगतान करे तो किस्त का मूल्य बताओ?

व्याख्या :-

- **मूलधन= किस्त** $\left[\left(\frac{100}{100+R}\right)+\left(\frac{100}{100+R}\right)^2+\left(\frac{100}{100+R}\right)^3 ....\right]$
- $110000=I\left[\frac{100}{120}+\left(\frac{100}{120}\right)^2\right]$
- $11,000=I\left[\frac{5}{6}+\frac{25}{36}\right]$
- $11,000=I\times\frac{55}{36}$
- $I=11000\times\frac{36}{55}=7,200$ रु.

2. कुछ धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज की दर से $16\frac{2}{3}\%$ चक्रवृद्धि ब्याज देय प्रतिवर्ष 4,900 रू. की दो वार्षिक किस्त में चुकाई जाती है तो उधार दी गयी धनराशि बताओ।

व्याख्या :-

- $16\frac{2}{3}\%=\frac{1}{6}$

UTKARSH CLASSES

- **मूलधन** = **किस्त** × $\left[\left(\frac{1}{1+\frac{1}{6}}\right)+\left(\frac{1}{1+\frac{1}{6}}\right)^2\right]$

- **मूलधन** = $4,900\times\left[\frac{6}{7}+\frac{36}{49}\right]$

- $4,900\times\frac{78}{49}=7,800$

Type-VIII (जब दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज दे रखा हो)

Note:- Box Method में

☐ → पहले वर्ष का ब्याज

☐ + ☐ → दूसरे वर्ष का ब्याज

☐ + ☐ + ☐ → तीसरे वर्ष का ब्याज

1. वह धनराशि बताओ जिसका 10% दर से दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 143 रू. है।

Sol. 10% दर से

पहले वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज [10] 10 का 10%

दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज [10] +[1] =11%

11%→ 143 रू.

1%→ 13 रू.

मूलधन (100%)= 1300 रू.

2. वह धनराशि बताओ जिसका 10% दर से दूसरे वर्ष तथा तीसरे वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर 132 रू. है।

Sol. मूलधन = 100

चक्रवृद्धि ब्याज

I[st] Year [10] 10 का 10%

II[nd] Year [10] [1]

× 2 1 का 10%= 1.1

III[rd] Year [10] [2] [.1] = 12.1

Q दूसरे एवं तीसरे वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर = 12.1-11=1.1% है।

1.1%= 132 रू.

$1\% = \frac{132}{1.1} = \frac{1320}{11} = 120$ रू.

मूलधन (100%) = 100 × 120 = 12,000 रू.

Type - IX (जब प्रश्न में S.I. & C.I. दे रखा हो तथा दर एवं मूलधन पूछे)

Note:- साधारण ब्याज हर वर्ष बराबर जुड़ता है। पहले वर्ष का साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज बराबर होता है।

1. किसी धनराशि का 2 वर्ष का साधारण ब्याज 120 रूपये तथा 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 126 रूपये है तो दर बताओ?

Sol. साधारण ब्याज (120 रू.) चक्रवृद्धि ब्याज (126 रू.)

I[st] Year 60 = 60

+ 6

II[nd] year 60 66

$\text{दर} = \frac{\text{कितने की वृद्धि}}{\text{किस पर}}\times 100 = \frac{6}{60}\times 100 = 10\% Ans.$

यही इस प्रश्न में मूलधन ज्ञात करना हो तो साधारण ब्याज वाला लगा देते है।

$\frac{\text{मूलधन}\times\text{समय}\times\text{दर}}{100} = \text{साधारण ब्याज}$

$\frac{\text{मूलधन}\times 2\times 10}{100} = 120$

$\text{मूलधन} = \frac{120\times 100}{2\times 10}$ = 600 रूपये

2. वह धनराशि बताओ जिसका 3 वर्ष का साधारण ब्याज 225 रूपये तथा 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 153 रूपये है।

Sol. साधारण ब्याज (225 रूपये) चक्रवृद्धि ब्याज (153 रूपये)

I[st] Year 75 = 75

+ 3

II^{nd} year 75 78

III^{rd} year 75

$$\text{दर} = \frac{3}{75} \times 100 = 4\%$$

$$\frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100} = \text{साधारण ब्याज}$$

$$\frac{\text{मूलधन} \times 3 \times 4}{100} = 225, \quad \text{मूलधन} = \frac{225 \times 100}{3 \times 4}$$

= 1875 रूपये

UTKARSH CLASSES